Příklady řešené na cvičení z KG2 15. 11.

Hranovou barevnost grafu G značím $\chi'(G)$.

Příklad 1. Dokažte, že pro každý rovinný 3-regulární 2-souvislý graf G platí $\chi'(G) = 3$. Zde můžete využít větu o čtyřech barvách a předpokládat, že stěny G lze obarvit čtyřmi barvami.

Příklad 2. Dokažte, že pro každý graf G na n vrcholech platí $\chi(G) \geq n/\alpha(G)$, kde $\alpha(G)$ označuje nezávislost grafu G.

Příklad 3. Dokažte, že pokud je graf G perfektní a G^* vznikne z G nafouknutím vrcholu G do kliky, tak i G^* je perfektní.

Příklad 4. Nechť P je částečně uspořádaná množina. Ukažte, že P lze rozložit na $\omega(P)$ antiřetězců, kde $\omega(P)$ je velikost největšího řetězce v P.

Příklad 5. Nechť P je částečně uspořádaná množina a nechť G_P je graf, jehož vrcholy jsou prvky P a jehož hrany odpovídají dvojicím porovnatelných prvků v P. Dokažte, že G_P je perfektní.

Příklad 6. Dokažte Dilworthovu větu, která říká, že pokud P je konečná částečně uspořádaná množina, tak P lze rozložit na $\alpha(P)$ řetězců, kde $\alpha(P)$ je velikost největšího antiřetězce v P.

Příklad 7. Nechť $X = (x_1, \ldots, x_n)$ je posloupnost reálných čísel a nechť k je přirozené číslo. Dokažte, že X buď obsahuje ostře klesající podposloupnost délky $k + 1$, nebo X lze rozložit na k slabě rostoucích posloupností.

Příklad 8. Nechť $I = \{I_1, \ldots, I_n\}$ je množina reálných intervalů a k je přirozené číslo. Dokažte, že buď I obsahuje $(k + 1)$-tici navzájem disjunktních intervalů, nebo existuje k reálných čísel $x_1, \ldots, x_k$ takových, že každý interval z I obsahuje aspoň jedno z $x_1, \ldots, x_k$.