

Osmá série domácích úkolů z DM

Vyřešené příklady pošlete mailem na adresu jelinek@iuuk.mff.cuni.cz, nebo přineste na cvičení 28. listopadu. Řešení dodejte nejpozději v úterý 4. prosince.

Své odpovědi nezapomeňte zdůvodnit. Smíte bez důkazu využívat kterékoliv tvrzení dokázané na přednášce nebo na cvičení, ale nezapomeňte říci, které tvrzení využíváte.

Při vymýšlení správného postupu smíte navzájem spolupracovat, ale své finální řešení musíte sepsat samostatně.

Příklad 1. Najděte příklad matice, jejíž prvky jsou nuly a jedničky a jejíž řádky jsou lineárně závislé nad dvouprvkovým tělesem F_2 , ale přitom jsou lineárně nezávislé nad \mathbb{R} . [4 body]

Příklad 2. Nechť G je graf na n vrcholech s aspoň jednou hranou. Nechť I_G je matice incidence grafu G .

- Dokažte, že pokud je graf G souvislý, tak libovolných $n - 1$ řádků I_G je lineárně nezávislých nad F_2 . [4 body]
- Dokažte, že pokud je graf G nesouvislý, tak libovolných $n - 1$ řádků I_G je lineárně závislých nad F_2 . [3 body]

Příklad 3. Nechť G je graf s aspoň jednou hranou, který neobsahuje žádnou kružnici. Dokažte, že sloupce matice incidence grafu G jsou lineárně nezávislé nad tělesem F_2 . [4 body] *Při řešení tohoto příkladu můžete využít lemma ze cvičení, které říká, že každý graf s aspoň jednou hranou, který neobsahuje kružnici, má aspoň jeden vrchol stupně 1. To lemma nemusíte dokazovat.*