

Označme $\delta(G)$, $\Delta(G)$ a $p(G)$ postupně minimální, maximální a průměrný stupeň vrcholů v grafu G .

Ukažte, že existuje graf, pro nějž platí $\delta(G) < p(G)/100$. Ukažte, že také existuje graf, pro nějž platí $p(G) < \Delta(G)/100$. Dokonce existuje jeden graf splňující obě tyto podmínky.

Ukažte, že libovolný graf G obsahuje podgraf H splňující $\delta(H) \geq p(G)/2$.

Dokažte, že každý graf $G = (V, E)$ splňující $\delta(G) > |V|/2$ obsahuje K_3 jako podgraf.

Naopak, pro každé $n > 0$ existuje graf G na n vrcholech splňující $\delta(G) \geq \lfloor n/2 \rfloor$, který neobsahuje K_3 .

Nahlédněte, že každý graf na n vrcholech obsahuje bipartitní podgraf na n vrcholech.

Ukažte, že existuje graf s m hranami, jehož největší bipartitní podgraf má nejvýše $2m/3$ hran. Ukažte, že dokonce existuje graf s m hranami, jehož každý bipartitní podgraf má nejvýše $(\frac{1}{2} + 0.0001)m$ hran.

Ukažte, že každý graf s m hranami obsahuje bipartitní podgraf s aspoň $m/2$ hranami.