

Pátá série domácích úkolů

- Řešení dodejte nejpozději v úterý 22. května.
 - Přejete-li si mít své bodové zisky zveřejněny na webu cvičení, dejte mi vědět. Můžete si případně zvolit přezdívku.
 - Tvrzení dokázaná na přednášce nebo na cvičení, jakož i tvrzení známá z přednášek z minulého semestru, smíte ve svých řešeních využívat, aniž byste je dokazovali. Všechny ostatní argumenty musíte korektně zdůvodnit.
-

- 3 1. Turistický klub má 100 členů. Pro své členy klub zorganizoval 10 vlastivědných exkurzí. Každý člen klubu se mohl zúčastnit libovolného počtu exkurzí, ovšem na každé exkurzi bylo nejvýše 30 účastníků. Dokažte, že existují dva členové klubu, kteří nikdy nebyli na exkurzi společně, tj. na každé exkurzi byl nejvýše jeden z nich.
- 3 2. Nechť G je souvislý rovinný graf, v jehož rovinném nakreslení jsou dvě stěny ohraničené kružnicí délky 3, dvě stěny ohraničené kružnicí délky 4, čtyři stěny ohraničené kružnicí délky 5 a jedna stěna ohraničená kružnicí délky 6. Jiné stěny v nakreslení G nejsou. Ukažte, že G má aspoň jeden vrchol stupně většího než 3. (Nápověda: můžete využít Eulerův vzorec pro rovinné grafy.)
- 4 3. Označme $R(k, \ell)$ nejmenší přirozené číslo N takové, že každý graf s N vrcholy obsahuje kliku velikosti k nebo nezávislou množinu velikosti ℓ . Najděte co nejlepší horní a dolní odhad pro hodnotu $R(3, 4)$. Pokud určíte hodnotu $R(3, 4)$ přesně, získáte 4 body, za slabší odhady získáte méně bodů.