

Desátá série domácích úkolů z Lineární algebry II
(verze pro cvičení v pondělí od 14:00)

Vyřešené příklady pošlete mailem na adresu jelinek@iuuk.mff.cuni.cz. Řešení pošlete nejpozději v neděli 21. května.

Své výsledky nezapomeňte zdůvodnit. Smíte bez důkazu využívat kterékoliv tvrzení dokázané na přednášce nebo na cvičení, ale nezapomeňte říci, které tvrzení využíváte.

Při vymýšlení správného postupu smíte navzájem spolupracovat, ale své finální řešení musíte sepsat samostatně.

Příklad 1. Rozhodněte, která z následujících tvrzení jsou pravdivá. Pravdivá tvrzení dokažte, pro nepravdivá najděte protipříklad. [1 bod za každé tvrzení]

- a) Nechť A je regulární matice. Potom A je symetrická, právě když A^2 je symetrická.
- b) Nechť A a B jsou podobné matice, tj. $A = S^{-1}BS$ pro nějakou regulární matici S . Potom A je pozitivně definitní, právě když B je pozitivně definitní.
- c) Nechť S je regulární matice a nechť A a B jsou dvě symetrické matice splňující $A = S^TBS$. Potom A je pozitivně definitní, právě když B je pozitivně definitní.
- d) Symetrická matice A je pozitivně definitní, právě tehdy když je regulární a pozitivně semidefinitní.

Příklad 2. Nechť $A = (a_{ij})$ je symetrická pozitivně semidefinitní matice. Dokažte, že pokud $a_{ii} = 0$ pro nějaké i , tak jsou nulové i všechny prvky v i -tém řádku a všechny prvky v i -tém sloupci matice A . [2 body]