

Devátá série domácích úkolů  
verze pro cvičení v pátek od 10:40

- Řešení dodejte nejpozději ve čtvrtek 5. května.
  - Přejete-li si mít své bodové zisky zveřejněny na webu cvičení, dejte mi vědět. Můžete si případně zvolit přezdívku.
  - Číslo v rámečku u zadání označuje bodové ohodnocení příkladu.
- 

- 2 1. Turistický klub má 100 členů. Pro své členy klub zorganizoval 10 vlastivědných exkurzí. Každý člen klubu se mohl zúčastnit libovolného počtu exkurzí, ovšem na každé exkurzi bylo nejvýše 30 účastníků. Dokažte, že existují dva členové klubu, kteří nikdy nebyli na exkurzi společně, tj. na každé exkurzi byl nejvýše jeden z nich.
- 2 2. Necht'  $G$  je souvislý rovinný graf, v jehož rovinném nakreslení jsou dvě stěny ohraničené kružnicí délky 3, dvě stěny ohraničené kružnicí délky 4, čtyři stěny ohraničené kružnicí délky 5 a jedna stěna ohraničená kružnicí délky 6. Jiné stěny v nakreslení  $G$  nejsou. Ukažte, že  $G$  má aspoň jeden vrchol stupně většího než 3. (Nápověda: když budete znát počet hran, tak z Eulerova vzorce zjistíte i počet vrcholů.)
- 3 3. Necht'  $M$  je matice tvaru  $n \times n$  obsahující čísla  $\{1, \dots, n\}$ , přičemž každé číslo se v matici vyskytuje právě  $n$ -krát. Ukažte, že  $M$  má řádek nebo sloupec obsahující aspoň  $\lceil \sqrt{n} \rceil$  různých čísel.