

Jedenáctá série domácích úkolů  
verze pro cvičení v úterý od 12:20

- Lhůta pro dodání řešení je úterý 12. května v 6 hodin ráno.
  - Svá řešení mi pošlete mailem na adresu jelinek@iuuk.mff.cuni.cz nebo mi je po předchozí domluvě přineste osobně.
  - Řešení by mělo obsahovat nejen konečný výsledek, ale i postup, jak jste k výsledku dospěli.
  - Přejete-li si mít své bodové zisky zveřejněny na webu cvičení, dejte mi vědět. Můžete si případně zvolit prezdívkou.
  - Číslo v rámečku u zadání označuje bodové ohodnocení příkladu.
- 

- 3 1. Uspořádejte následující tři funkce podle toho, jak rychle rostou:

$$f_1(n) = (n!)^{\ln n}, \quad f_2(n) = \binom{n^2}{n}, \quad f_3(n) = 2^{n^{3/2}}$$

(Řekneme, že funkce  $f(n)$  “roste rychleji” než funkce  $g(n)$ , pokud pro každé dost velké  $n$  platí  $f(n) > g(n)$ .)

2. Označme  $f(n)$  počet všech grafů na množině vrcholů  $\{1, 2, \dots, n\}$ . Označme dále, pro reálné číslo  $\alpha > 0$ , jako  $g_\alpha(n)$  počet všech rovinných grafů na vrcholech  $\{1, 2, \dots, \lfloor n^\alpha \rfloor\}$ .

2+1

- (a) Najděte nějaké  $\alpha > 1$ , pro něžž platí, že  $g_\alpha(n)$  roste pomaleji než  $f(n)$  (za to dostanete 2 body). Dokažte, že dokonce pro libovolné  $\alpha < 2$  roste  $g_\alpha(n)$  pomaleji než  $f(n)$  (za to dostanete bod navíc). Náповěda: stačí vědět, že rovinný graf s  $k > 2$  vrcholy má nejvýše  $3k - 6$  hran.

2

- (b) Dokažte naopak, že  $g_2(n)$  roste rychleji než  $f(n)$ . Náповěda: můžete třeba využít toho, že každý podgraf rovinného grafu je zase rovinný.