

Devátá série domácích úkolů
verze pro cvičení v úterý od 14:00

- Lhůta pro dodání řešení je úterý 28. dubna v 6 hodin ráno.
 - Svá řešení mi pošlete mailem na adresu jelinek@iuuk.mff.cuni.cz nebo mi je po předchozí domluvě přineste osobně.
 - Řešení by mělo obsahovat nejen konečný výsledek, ale i postup, jak jste k výsledku dospěli.
 - Přejete-li si mít své bodové zisky zveřejněny na webu cvičení, dejte mi vědět. Můžete si případně zvolit prezdívkou.
 - Číslo v rámečku u zadání označuje bodové ohodnocení příkladu.
-

2+1

1. (Příklad zadaný na cvičení) Uvažujme tabulku s N řádky a N sloupci, jejíž políčka jsou obarvena třemi barvami. Dokažte, že pokud je N dost velké, tak pro libovolné takové obarvení existuje podtabulka velikosti 10×10 , jejíž políčka jsou všechna obarvena stejnou barvou. Za důkaz tohoto tvrzení získáte 2 body, pokud navíc dokážete, že toto tvrzení platí pro nějaké N , které je nejvýše desetiferné, získáte 3 body. Připomeňme definici podtabulky ze cvičení: podtabulku tvaru 10×10 získáme tak, že v původní tabulce vybereme libovolných 10 řádků a 10 sloupců (ne nutně sousedících) a uvážíme všechna políčka ležící na průniku vybraného sloupce s vybraným řádkem.
2. Připomeňme z přednášky, že *Ramseyovo číslo* $R(k, \ell)$ je nejmenší N takové, že každý graf na N vrcholech obsahuje kliku velikosti k nebo nezávislou množinu velikosti ℓ .

1

- (a) Čemu se rovná $R(3, 3)$?

2+2

- (b) Dokažte, že $8 \leq R(3, 4) \leq 10$ (za to získáte dva body; za každé zpřesnění horního či dolního odhadu o 1 získáte bod navíc).