

# Diskrétní matematika 2017/2018

## 2. domácí úkol, odevzdávejte do 22. 12. 2017 9:00

Na vymýšlení řešení příkladů můžete spolupracovat, ale řešení sepisujte samostatně. Nezapomeňte vše pečlivě zdůvodnit. Příklady odevzdávejte na cvičení, příp. emailem. Řešení prosím pište na nepomačkané papíry A4.

---

*Příklad 1.* [5 bodů] Na lodi je  $n$  námořníků a  $n$  kajut ( $n \in \mathbb{N}$ ). Každý námořník si náhodně vybere kajutu.

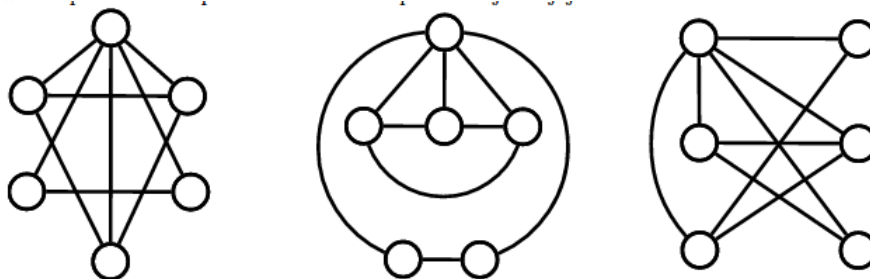
- (a) [4 body] Kolik bude průměrně obsazených kajut?
- (b) [1 bod] Jaký bude průměrný počet námořníků v jedné kajutě?

*Příklad 2.* [4 body]

- (a) Najděte souvislý graf na 3 vrcholech takový, že každá mocnina jeho matice sousednosti obsahuje alespoň jednu nulu.
- (b) Najděte takový souvislý graf pro **každé**  $n \geq 3$ , kde  $n$  je počet jeho vrcholů.

*Příklad 3.* [3 body]

Rozhodněte, jestli jsou následující grafy po dvou (tedy každý s každým) izomorfní. Nezapomeňte pořádně zdůvodnit, obzvlášť v případě, kdy izomorfní nejsou.



*Příklad 4.* [8 bodů] Rozhodněte, zda platí (a samozřejmě zdůvodněte):

- (a) Každý graf, který obsahuje lichý cyklus jako podgraf, obsahuje nějaký lichý cyklus jako indukovaný podgraf.
- (b) Posloupnost  $(a_1, \dots, a_n)$  je skóre nějakého grafu  $G$  právě tehdy, když se v ní všechna lichá čísla vyskytují suděkrát.
- (c) Grafy  $G$  a  $H$  jsou izomorfní právě tehdy, když mají stejné skóre.
- (d) Každý podgraf stromu je strom.