

Diskrétní matematika 2017/2018

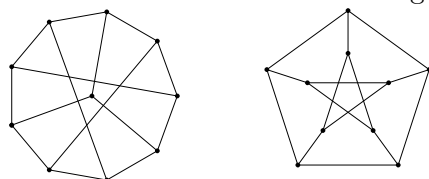
9. cvičení

Rozvíčkové příklady z minulé hodiny

Příklad 1.

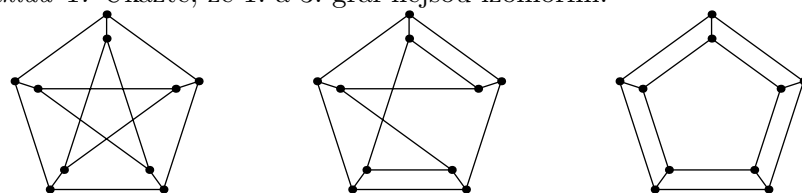
- Kolik hran má K_n (úplný graf na n vrcholech)?
- Koli hran má K_{nm} (úplný bipartitní graf s partitami velikostí m a n)?
- Kolik nejméně hran musí mít souvislý graf na n vrcholech?
- Jaký je minimální počet hran pro graf s c komponentami souvislosti?
- (*) Jaký je maximální počet hran pro graf s c komponentami souvislosti?
- Určete počet grafů (vzájemně izomorfních) na n vrcholech.
- Určete počet cest P_n (vzájemně izomorfních) na n vrcholech.

Příklad 2. Nalezněte izomorfismus grafů na obrázku.



Příklad 3. Kolik existuje neizomorfních grafů na 4 vrcholech?

Příklad 1. Ukažte, že 1. a 3. graf nejsou izomorfní.



A co druhý graf?

Příklad 2. Nalezněte všechny grafy, které neobsahují cestu P_3 jako

- podgraf,
- indukovaný podgraf.

Příklad 3. Mějme graf G , který neobsahuje trojúhelníky. Označme A jeho matici sousednosti. Jaké prvky má na diagonále A^3 , tj. třetí mocnina A ?

Nápověda: Použijte větu o počtu sledů délky k .

Příklad 4. Rozhodněte, jestli následující posloupnost je skóre grafu, a pokud ano, sestrojte nějaký takový.

- (1,2,3,4,5,5,6)

(b) (1,1,1,2,2,3,4,4,5,5)

Nápověda: Při konstrukci grafu využijte získané posloupnosti z věty o skóre.

Příklad 5. Najděte příklad dvou grafů, z nichž jeden je strom a druhý není strom, se stejným skóre.

Příklad 6. Existuje bipartitní graf s aspoň 5 vrcholy, jehož doplněk je také bipartitní?

Příklad 7. Mějme graf G . Platí, že G je souvislý právě tehdy, když jeho doplněk \bar{G} je souvislý? (Graf \bar{G} nazveme *doplňkem* grafu G , pokud \bar{G} má stejné vrcholy jako G , ale hrany se liší — (u, v) je hrana v \bar{G} právě tehdy, když (u, v) není hrana v G).

Příklad 8 ().* Ukažte, že když G obsahuje lichý cyklus jako podgraf, tak potom G obsahuje také nějaký lichý cyklus jako indukovaný podgraf.