Diskrétní matematika 2017/2018

8. cvičení

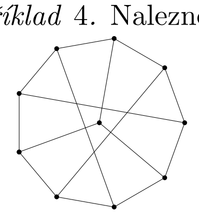
Příklad 1. Mějme π — náhodnou permutaci n prvků. Určete střední hodnotu počtu pevných bodů takové permutace, tj. počet prvků i takových, že $\pi(i) = i$.

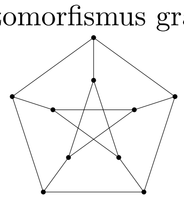
Příklad 2. Mějme m myslivců a z zajíců. Každý z myslivců náhodně zaměří na jednoho zajíce a všichni naráz vystřelí (myslivci umí střílet a svou kořist vždy trefí). Kolik zajíců to průměrně přežije (tj. jaká je střední hodnota počtu přeživších zajíců)?

Příklad 3.

- Kolik hran má K_n (úplný graf na n vrcholech)?
- Koli hran má K_{nm} (úplný bipartitní graf s partitami velikostí m a n)?
- Kolik nejméně hran musí mít souvislý graf na n vrcholech?
- Jaký je minimální počet hran pro graf s c komponentami souvislosti?
- (*) Jaký je maximální počet hran pro graf s c komponentami souvislosti?
- Určete počet grafů (vzájemně izomorfních) na n vrcholech.
- Určete počet cest P_n (vzájemně izomorfních) na n vrcholech.

Příklad 4. Nalezněte izomorfismus grafů na obrázku.





Příklad 5. Kolik existuje neizomorfních grafů na 4 vrcholech?

Příklad 6. Nechť $G(n, e)$ je graf s n vrcholy a e hranami. V závislosti na počtu vrcholů a hran určete součet všech prvků matice sousednosti tohoto grafu.

Příklad 7. Nalezněte všechny grafy, které jako podgraf neobsahují cestu P_2.

Příklad 8. Mějme graf G. Platí, že G je souvislý právě tehdy, když jeho doplněk $\bar{G}$ je souvislý?

Příklad 9 (*). Ukažte, že když G obsahuje lichý cyklus jako podgraf, tak potom G obsahuje také nějaký lichý cyklus jako indukovaný podgraf.