Diskrétní matematika 2017/2018

4. cvičení

Příklad 1. Uvažme relaci „x je dělitelem čísla y“ na množině $1, ..., n$.

- (Ukažte, že relace je uspořádání.) Je tato relace lineární uspořádání?
- Nakreslete Hasseho diagram pro $n = 10$. Určete minimální, maximální, nejmenší a největší prvek.
- Čemu v tomto uspořádání odpovídá infimum a supremum neprázdné podmnožiny?

Příklad 2. Rozhodněte, zda existuje uspořádání splňující danou podmínku. Pokud existuje, uvědte příklad:

- Bez největšího prvku, na konečné neprázdné množině.
- Bez největšího i nejmenšího prvku na konečné neprázdné množině.
- Bez největšího i bez maximálního prvku na konečné neprázdné množině.
- Bez největšího i bez maximálního prvku na nekonečné množině.

Příklad 3. Mějme funkce $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definované $f(n) = 2n$ a $g(n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil$. Určete vlastnosti $f, g, f \circ g, g \circ f$.

Příklad 4. Nechť $f\colon X \to Y$ a $g\colon Y \to X$ jsou funkce takové, že pro každé $x \in X$ platí $(g \circ f)(x) = x$ a pro každé $y \in Y$ platí, že $(f \circ g)(y) = y$. Dokažte, že f i g jsou bijekce (tedy prosté a na).

Příklad 5. Ukažte, že pro zobrazení $f : X \to X$ na konečné množině X platí, že f je prosté právě tehdy, když f je na.

Příklad 6. Určete počet prostých zobrazení na množině $X \subseteq \mathbb{N}$, $|X| = n$.

Příklad 7.

(a) Určete počet všech relací na čtyřech prvcích. A co kdybychom měli n prvků?

(b) Kolik z těchto relací je reflexivních? A kolik symetrických?

Informace o cvičení viz `http://kam.mff.cuni.cz/~janca/diskretka1718.php`.