Diskrétní matematika 2017/2018

13. cvičení

Příklad 1. Mějme (ne nutně rovinný) graf G.

(a) Dokažte, že barevnost grafu G je shora ohraničena hodnotou $1 +$ maximální stupeň vrcholu v G.

(b) Dokažte, že barevnost grafu G je zdola ohraničena velikostí maximální kliky (tj. velikostí největšího podgrafu, který je úplným grafem).

Příklad 2. Dokažte, že rovinný graf bez trojúhelníků obsahuje vrchol stupně nejvýše tři.

Příklad 3. Dokažte větu o čtyřech barvách pro rovinné grafy bez trojúhelníků.

Příklad 4. Dokažte větu o třech barvách pro vnějškově rovinné grafy.

Může se hodit využít Př. 10 z minulého cvičení: Dokažte, že každý vnějškově rovinný graf G (tj. graf mající rovinné nakreslení takové, že všechny vrcholy leží na vnější stěně), který navíc splňuje, že vnější stěna je ohraničena cyklem a každá vnitřní stěna je trojúhelník, obsahuje vrchol stupně nejvýš dva.

Příklad 5.

(a) Nakreslete takový rovinný graf, že duální graf jeho rovinného nakreslení má smyčku.

(b) Charakterizujte takové souvislé rovinné grafy, že duální graf jejich libovolného rovinného nakreslení nemá žádnou smyčku.

Příklad 6. Existuje rovinný graf na 7 vrcholech mající 11 stěn (v rovinném nakreslení)? Pokud ano, nakreslete ho.

Příklad 7 (*). Ukažte, že má-li rovinný graf sudé stupně vrcholů, pak je barevnost jeho duálu rovna dvěma.

Přeji hodně štěstí ve zkouškovém!