Diskrétní matematika 2017/2018

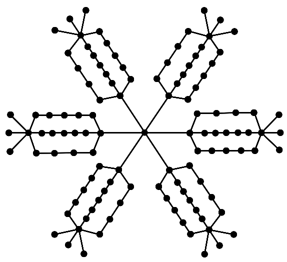
11. cvičení

Příklad 1.

(a) Spočtěte, kolik má různých koster kružnice na n vrcholech.

(b) Kolik různých koster má činka (graf mající 2 cykly délek m a n spojené cestou délky l)?

(c) Kolik různých koster má následující graf.

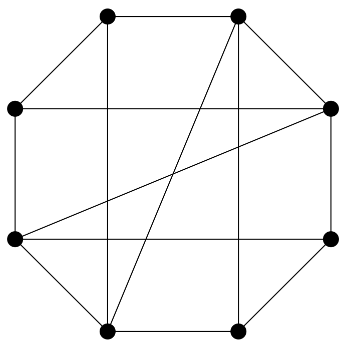


Příklad 2. Ukažte, že pro každou kostru K grafu G a hranu $e \in E(G) \setminus E(K)$ existují dvě hrany e', e'' takové, že jak $(K \setminus e') \cup e$ tak $(K \setminus e'') \cup e$ jsou opět kostry grafu G.

Příklad 3. Rozhodněte, zda je graf K_4 rovinný.

Příklad 4. Bez použití Kuratowského věty dokažte, že graf K_5 není rovinný.

Příklad 5. Rozhodněte, zda je následující graf rovinný:



Příklad 6. Ukažte, že tvrzení o maximálním počtu hran v rovinném grafu není ekvivalence, tj. najděte graf na n vrcholech, který má $3n - 6$ hran nebo méně, ale není rovinný.

Příklad 7. Ukažte, že doplněk rovinného grafu s 11 vrcholy nemůže být rovinný.

Příklad 8. Určete, jaký největší počet vnitřních stěn může mít nakreslení rovinného grafu na n vrcholech.

Jaký by byl počet, kdybychom přidali podmínku, že vnější stěna je ohraničena kružnicí délky k?

Příklad 9 (*). Mějme souvislý k-regulární (tj. všechny vrcholy mají stupeň k) rovinný graf G na n vrcholech s takový rovinným nakreslením, že všechny stěny mají stupeň l (tj. každá stěna je ohraničena l hranami). Ukažte, že platí $n(1k + 2l - kl) = 4l$.

Příklad 10 (*). Dokažte, že každý vnějškově rovinný graf G (tj. graf mající rovinné nakreslení takové, že všechny vrcholy leží na vnější stěně), který navíc splňuje, že vnější stěna je ohraničena cyklem a každá vnitřní stěna je trojúhelník, obsahuje vrchol stupně nejvýš dva.