Diskrétní matematika 2016/2017

12. cvičení

Příklad 1. Dokažte, že rovinný graf bez trojúhelníků obsahuje vrchol stupně nejvýše tři.

Příklad 2. Mějme (ne nutně rovinný) graf G.

(a) Dokažte, že barevnost grafu G je shora ohraničena hodnotou $1 +$ maximální stupeň vrcholu v G.

(b) Dokažte, že barevnost grafu G je zdola ohraničena velikostí maximální kliky (tj. úplného podgrafu).

Příklad 3. Dokažte větu o čtyřech barvách pro rovinné grafy bez trojúhelníků.

Příklad 4. Mějme souvislý k-regulární rovinný graf G na n vrcholech s takový rovinným nakreslením, že všechny stěny mají stupeň l. Ukažte, že platí $n(2k + 2l - kl) = 4l$.

Příklad 5. Dokažte, že každý vnějškově rovinný graf G (tj. graf mající rovinné nakreslení takové, že všechny vrcholy leží na vnější stěně), který navíc splňuje, že vnější stěna je ohraničena cyklem a každá vnitřní stěna je trojúhelník, obsahuje vrchol stupně nejvýš dva.

Příklad 6. Dokažte větu o třech barvách pro vnějškově rovinné grafy.

Příklad 7. Nakreslete takový rovinný graf, že duální graf jeho rovinného nakreslení má smyčku.