Cvičení: Lineární algebra I – 3. ledna 2014

13.1. Psali jsme test.

13.2. Poznámka. Každý skalární součin kondečně dimenzionálního prostoru lze zapsat jako $\langle x, y\rangle = x^T A y$ pro nějakou A symetrickou matici. (Vyplývá z vlastností skalárního součinu, pro $\mathcal{B} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}, [x]_{\mathcal{B}} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ a $[y]_{\mathcal{B}} = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$, platí, že $\langle x, y\rangle = \sum_i \sum_j x_i y_j \langle v_i, v_j\rangle$.)

13.3. Poznámka. Připomenutí základních vlastností relace kolmosti. Zmínka o Gram-Schidtově ortogonalizaci.

13.4. Příklad. Ukažte, že pro podprostor W prostoru V je množina $W^\perp = \{v \in V \mid \langle v, w\rangle = 0 \text{ pro všechna } w \in W\}$ je podprostor V a, že $W \cap W^\perp = \{0\}$.

13.5. Poznámka. Grafická znázornění a souvislost $W^\perp$ s množinou řešení $Ax = 0$.

13.6. Příklad. Ze znalosti, že $\dim W + \dim W^\perp = \dim V$ ukažte, že platí $W^{\perp\perp} = W$.

Domácí úkoly

13.7. Úkol. Nechť $\mathcal{B} = \{v_1, \ldots, v_n\}$ je báze vektorového prostoru V. Ukažte, že pro $x \in V$ platí, že $x \perp v_i\ \forall i$ právě tehdy, když $x = 0$. **(4 body)**

13.8. Úkol. Pro $V = \mathcal{C}[-\pi, \pi]$ a skalární součin $\langle f, g\rangle = \int_{-\pi}^{\pi} f(t)g(t)\mathrm{d}t$. Ukažte, že funkce $1, \sin nx, \cos nx$ pro $n = 1, 2 \ldots$ tvoří ortogonální množinu. (Spočítejte skalární součin pro různá n_1 a n_2). **(4 body)**