

# Příklady kvadratických forem

Kvadratická forma  $g_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  daná maticí  $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$  vůči kan. bázi  $K$ .

Analytické vyjádření téže formy:  $g_1(x_1, x_2) = 6x_1x_2 - 3x_2^2$

---

Kvadratická forma  $g_2 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  daná maticí  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$  vůči  $K$ .

Analytické vyjádření:  $g_2(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3 + 3x_3^2$

Matice formy  $g_2$  vůči bázi  $X = \{(1, 0, 0)^T, (1, -1, 1)^T, (0, 0, 1)^T\}$  je

$$B' = [id]_{XK}^T B [id]_{XK} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 10 & 6 \\ 2 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

Analytické vyjádření téže formy vůči bázi  $X$  zní:

$$g_2'(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 6x_1x_2 + 4x_1x_3 + 10x_2^2 + 12x_2x_3 + 3x_3^2$$

# Diagonalizace kvadratické formy

Kvadratická forma  $g_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  daná maticí  $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$  vůči  $K$ .

Matice téže formy vůči bázi:  $X = \{(\frac{2}{3}, \frac{1}{3})^T, (-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})^T\}$  je

$$B' = [id]_{XK}^T B [id]_{XK} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

