

Operace s polynomy nad \mathbb{Z}_5

Součet:

$$(3x^3 + 2x + 1) + (2x^2 + 3x + 1) = 3x^3 + 2x^2 + 2$$

stupeň může i klesnout:

$$(3x^3 + 2x + 1) + (2x^3 + 3x + 1) = 2$$

Násobek:

$$2 \cdot (3x^3 + 2x + 1) = x^3 + 4x + 2$$

Součin:

$$(3x^3 + 2x + 1)(2x^2 + 3x + 1) = x^5 + 4x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 1$$

Podíl se zbytkem:

$$\begin{array}{r}
 4x^5 + 2x^4 \quad + 3x^2 \quad + 3 \quad : \quad 3x^2 + 4x + 2 = 3x^3 + 3x + 2 \\
 \underline{- 4x^5 - 2x^4 - \quad x^3} \\
 \quad \quad \quad 4x^3 + 3x^2 \\
 \quad \quad \quad \underline{- 4x^3 - 2x^2 - \quad x} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad x^2 + 4x + 3 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \underline{- x^2 - 3x - 4} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad x + 4
 \end{array}$$

Čili

$$4x^5 + 2x^4 + 3x^2 + 3 = (3x^2 + 4x + 2)(3x^3 + 3x + 2) + (x + 4)$$

Sejně tak

$$4x^5 + 2x^4 + 3x^2 + 3 = 4(x^5 - x) + 2x^4 + 3x^2 + 4x + 3$$

čili polynom $4x^5 + 2x^4 + 3x^2 + 3$ dává na \mathbb{Z}_5 stejné hodnoty jako $2x^4 + 3x^2 + 4x + 3$.