

Jméno a příjmení:

Kolik času jste potřebovali na vyřešení úloh? (včetně zápisu řešení):

1. Mějme množinu \mathcal{G} všech grafů G takových, že: $V_G \subset \mathbb{N}$, $|E_G| = 303$ a G má 151 vrcholů stupně 3. (Poslední podmínce rozumějte tak, že G může mít ještě další vrcholy jiných stupňů).

Rozhodněte (a patřičně zdůvodněte), zdali na množině \mathcal{G} platí následující tvrzení:

- Graf $G \in \mathcal{G}$ je souvislý, právě když G je strom.
- Pokud $G \in \mathcal{G}$ obsahuje vrchol stupně 7, potom G není strom.
- Je-li $G \in \mathcal{G}$ nesouvislý a přitom nemá izolované vrcholy, potom tento G obsahuje cyklus.

2. V šachovnici $m \times m$ je $2m$ políček obarveno modře. Na jedno z políček umístíme věž. Věží budeme pohybovat z modrého políčka opět na modré políčko, přičemž se budeme chtít pohybovat střídavě vodorovně a svisle.

Ukažte, že při vhodné volbě výchozí pozice je možné s věží podle těchto pravidel pohybovat tak, že je vždy možné udělat další tah. Popište nejen výchozí pozici, ale také, kudy má takový nekonečný tah vést.

Instrukce k řešení domácích úloh: Důležitý je nejen výsledek (ten lze s různou přesností zjistit různými způsoby: graficky, analyticky, apod.), ale především způsob, jak jste k němu dospěli. Srozumitelně popište podstatné kroky svých úvah. Přehledně запиšte výpočty použité k odvození výsledku. U numerických výsledků spočítejte i konkrétní čísla. Algebraické výrazy co nejvíce zjednodušte. Nezapomeňte na odpověď (a pro svůj klid ani na zkoušku, jde-li ji provést).

Úlohy si nejprve vyřešte stranou. Odevzdávejte až čistopis svého řešení bez chyb a škrtnutí. Nečitelné práce se nehodnotí. K odevzdání použijte nejlépe owl na kam.mff.cuni.cz/owl, nebo je vypracujte na papír. K tomu si můžete vytisknout i toto zadání a řešení zapsat na volné místo na stránce.

Dojde-li vám na papíře místo, vezměte další listy kancelářského papíru formátu A4, každý podepište, očísľujte a uveďte jejich počet. Odevzdané papíry budou skenovány, proto je nesešívajte ani neslepujte.