Příklady na procvičení z Lineární algebry 1 (ZS 2020/2021): (14) Afinní prostory

Cv. 1. Ukažte, že množina řešení soustavy $Ax = b$ je afinní množina a to tak, že je uzavřená na afinní kombinace.

Cv. 2. Rozhodněte, zda vektory

$$x_0 = (1, 2, 3)^T, x_1 = (2, 3, 1)^T, x_2 = (1, 3, 2)^T, x_3 = (2, 1, 3)^T$$

jsou afinně nezávislé.

Cv. 3. Rozhodněte, zda vektory

$$x_0 = (1, 0, 2)^T, x_1 = (2, 2, 1)^T, x_2 = (2, 1, 3)^T, x_3 = (3, 3, 2)^T$$

leží v jedné rovině.

Cv. 4. Rozhodněte, zda $M = N$ a $P = Q$ pro

(a) $M = span\{(1, 2)^T\} + (1, 1)^T, N = span\{(2, 4)^T\} + (2, 3)^T$

(b) $P = span\{(1, 2, 1)^T, (2, 1, 0)^T\} + (1, 0, 0)^T, Q = span\{(0, 3, 2)^T, (3, 0, -1)^T\} + (2, -1, -1)^T$

Cv. 5. Uvažujme dvě afinní zobrazení f, g v rovině, přičemž f představuje překlopení podle přímky $p : y = 10$ a g představuje překloplení podle přímky $q : x = 2$.

(a) Najděte maticový předpis zobrazení f,

(b) najděte maticový předpis zobrazení g,

(c) z předchozích předpisů odvoďte maticový předpis zobrazení $f \circ g$.

Cv. 6. Dokažte, že vektory $x_0, x_1, \ldots, x_n$ jsou afinně nezávislé, právě když vektory $y_0 = (x_0^T, 1)^T, y_1 = (x_1^T, 1)^T, \ldots, y_n = (x_n^T, 1)^T$ jsou lineárně nezávislé.