

0. PÍSEMKA Z DISKRÉTKY

(ve skutečnosti 5. domácí úkoly)

Přepadová písemka! Nezapomeňte se podepsat, napsat na papír variantu, psát čitelně, za 90 minut odevzdat ...

... uff, byla to jen noční můra, jsou to domácí úkoly. Obtížností a počtem budou zhruba odpovídat tomu, co se objeví v písemce.

Připomínám větší témata, která se mohou v písemce objevit:

- Matematická indukce (v rovnici, ale třeba i s přímkami, množinami, atd.),
- Dokazování vlastností relací a konečných funkcí,
- Počítání objektů (relací, funkcí, množin),
- Počítání sum,
- Princip inkluze a exkluze (na příštím cvičení).

PŘÍKLAD PRVNÍ – [2B]

Dokažte, že platí:

$$\sum_{i=0}^n F_i^2 = F_n \cdot F_{n+1}.$$

PŘÍKLAD DRUHÝ – [2B]

Kolik existuje relací na n prvkové množině, které nejsou symetrické nebo nejsou reflexivní? (Nebo chápejte v matematickém smyslu.)

PŘÍKLAD TŘETÍ – [2B]

Kolik existuje uspořádaných dvojic (A, B) , $A, B \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$, kde platí $A \cap B = \emptyset$?

PŘÍKLAD ČTVRTÝ – [2B]

Mám 20 (rozlisitelných) politiků, 5 z toho jsem podplatil. Voli se 3 členná komise. Jaka je pravděpodobnost, že se můj podplácený politik dostane do komise?

Napoveda: Protože systém je diskretní, spočítáte pravděpodobnost tak, že vydělíte A/B , kde A je počet všech možností, kdy se podplácený politik do komise dostane, a B počet všech možností.

PŘÍKLAD PÁTÝ – [2B]

Vyjádřete k^4 jako součet konstantně mnoha čísel tvaru $c \cdot \binom{a}{b}$, čili kombinačních čísel (která mohou záviset na k) přenásobených nějakou konstantou (která na k už záviset nesmí).