

## 4. DŮ Z DISKRÉTKY

Sumy, nesumy, sumo

ÚKOL PRVNÍ [4.5B]

Spočítejte sumy:

$$\sum_{i=1}^n F_{2i-1}.$$
$$\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} \cdot (1/2)^i$$
$$\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} \cdot i^2$$

ÚKOL DRUHÝ [2B]

Čemu se rovná Stirlingovo číslo  $\{ \begin{smallmatrix} n \\ n-1 \end{smallmatrix} \}$ ? Zdůvodněte.

**Nápověda:** Nejlepší způsob je rozmyslet si, co to znamená, když rozdělujete  $n$ -prvkovou množinu na  $n - 1$  neprázdných množin.

ÚKOL TŘETÍ [3B]

Spočítejte počet možných rozložení  $n$  nerozlišitelných kuliček do  $k$  očíslovaných přihrádek. (Každá kulička musí do nějaké krabíčky patřit, nemohou nám žádné na konci zůstat.)

Mělo by vám vyjít, že počet rozdělení je  $\binom{n+k-1}{k-1}$ .

(Mimochodem je to logický opak Stirlingových čísel, protože u nich máme sice také  $k$  přihrádek a  $n$  kuliček, ale kuličky jsou očíslované a přihrádky jsou množiny (neočíslované), zatímco tady je to naopak.)