Cvičení 5

1 Obměňování implikací

Obměňte.

1. Pokud je dnes pondělí, budeme psát písemku.
2. Jestliže $x > 105$, potom $x > 104$.
3. Jestliže jsem root, potom můžu zakládat uživatelské účty a můžu měnit práva k souborům.
4. Jestliže chodím na přednášku z analýzy a chodím na přednášku z diskrétní matematiky, potom se přednáška z analýzy a přednáška z diskrétní matematiky nekonají ve stejný čas.
5. Pokud existuje liché prvočíslo, pak pro žádné $x \in \mathbb{N}$ neexistuje $y \in \mathbb{N}$ takové, že $y > x$.
6. Pokud x je dělitelné 6 a y je dělitelné 7, pak $x \cdot y$ je sudé.
7. $(\forall x \in \mathbb{N}\ \exists y \in \mathbb{N}\ y = x + 1) \Rightarrow (\exists y \in \mathbb{N}\ \forall x \in \mathbb{N}\ y = x + 1)$.
8. Máš-li pravdu, jsem čínský bůh srandy.

2 Kvantifikátory

Zvolte množiny, přes které se kvantifikuje, a dosaďte predikát "ze života" tak, aby platilo:

1. $\forall x \exists y\ P(x, y)$
2. $\exists y \forall x\ P(x, y)$
3. Aby platilo $\forall x \exists y\ P(x, y)$, ale neplatilo $\exists y \forall x\ P(x, y)$.
4. Aby tvrzení $\forall x\ (P(x) \vee Q(x))$ platilo, ale $(\forall x\ P(x)) \vee (\forall x\ Q(x))$ neplatilo.
5. Aby tvrzení $(\exists y\ R(y)) \wedge (\exists y\ S(y))$ platilo, ale tvrzení $\exists y\ (R(y) \wedge S(y))$ neplatilo.
6. Aby platilo $(\forall x\ P(x)) \Rightarrow (\forall x\ Q(x))$, ale neplatilo $\forall x\ (P(x) \Rightarrow Q(x))$.
7. ... tři a více kvantifikátorů

3 Prenexní operace

Rozhodněte, zda následující tvrzení jsou ekvivalentní. Výroky B a C neobsahují proměnnou x.

1. $\forall x(B \Rightarrow P(x))$ a $B \Rightarrow (\forall x\ P(x))$.
2. $\exists x(B \Rightarrow P(x))$ a $B \Rightarrow (\exists x\ P(x))$.
3. $\forall x(Q(x) \Rightarrow C)$ a $(\forall x\ Q(x)) \Rightarrow C$.
4. $\forall x(Q(x) \Rightarrow C)$ a $(\exists x\ Q(x)) \Rightarrow C$.
5. $\exists x(Q(x) \Rightarrow C)$ a $(\exists x\ Q(x)) \Rightarrow C$.
6. $\exists x(Q(x) \Rightarrow C)$ a $(\forall x\ Q(x)) \Rightarrow C$.
7. $\exists x(Q(x) \wedge C)$ a $(\exists x\ Q(x)) \wedge C$.