

Diskrétní matematika – příklady na 1. cvičení*

3. října 2014

1 Výroky

Příklad 1. Necht M je množina osob přítomných v posluchárně a necht $W(x, y)$ znamená: osoba x zná příjmení osoby y . Zkoumejte platnost výroků

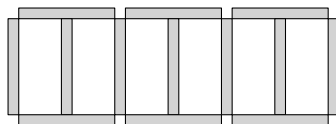
$$\begin{aligned}\forall x \in M \exists y \in M : W(x, y); \\ \forall y \in M \exists x \in M : W(x, y); \\ \exists x \in M \forall y \in M : W(x, y); \\ \exists y \in M \forall x \in M : W(x, y).\end{aligned}$$

Příklad 2. Platí výrok

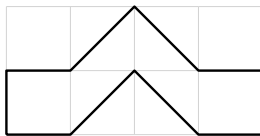
$$\neg(\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} \forall z \in \mathbb{R} : (z > y \Rightarrow z > x)) \Leftrightarrow (\exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} \exists z \in \mathbb{R} : (z > y \ \& \ z \leq x))?$$

2 Logické úlohy

Příklad 3. Sedlák si koupil třináct ohradních dílů s úmyslem postavit šest stejně velkých kotců, viz obrázek. Přes noc mu však někdo jeden díl ukradl. Proto nyní musí vymyslet, jak postavit šest stejně velkých kotců za pomoci dvanácti ohradních dílů. Jak to má udělat?



Příklad 4. Dokážete rozdělit následující obrazec na pět shodných částí? Vrcholy jsou umístěné v bodech celočíselné mřížky, jako je uvedeno na obrázku.



Příklad 5. Farmář chce zajet na trh a s sebou chce vzít kozu, vlka a zelí. Cestou se musí přeplavit přes řeku v malé loďce, na kterou se spolu s ním vejde jen jedna z věcí, které veze s sebou. Na kterémkoli břehu nesmí ze zřejmých důvodů nechat bez dozoru vlka s kozou nebo kozu se zelím. Jak se má sedlák přeplavit přes řeku i s nákladem?

Příklad 6. Chceme rozlámat tabulku čokolády s $m \times n$ dílky na jednotlivé dílky. Kolik nejméně rozlomení je na to potřeba? A kolik nejvíce?

Příklad 7. Kolik nejvýše střelců dokážete rozmístit na čtvercovou šachovnici $n \times n$, aby se žádní dva vzájemně neohrožovali? Umíte o svém řešení dokázat, že lépe už to nejde?

Příklad 8. Alice si přinesla tři svoje vlastní šestistěnné kostky (červenou, žlutou a modrou) a chce si s vámi chce zahrát hru, ve které budete každý házet svou na začátku vybranou kostkou, přičemž v každém kole vyhraje ten, komu padne vyšší číslo. Navíc si můžete jako první vybrat kostku, se kterou pak budete celou dobu házet. Kostky jsou spravedlivé, na červené jsou dvě trojky, dvě čtyřky a dvě osmičky, na žluté jsou dvě jedničky, dvě pětky a dvě devítky a na modré jsou dvě dvojky, dvě šestky a dvě sedmičky. Jakou kostku byste si zvolili?

Příklad 9 (*). Kolik nul má na konci číslo 100!? Jak je tomu v pětkové soustavě? Co v binární?

*Informace o cvičení naleznete na <http://kam.mff.cuni.cz/~balko/>