

# Diskrétní matematika – příklady na 10. cvičení\*

3. prosince 2013

## 1 Grafy podruhé

Jako *Hamiltonovskou kružnici* v grafu  $G$  nazveme kružnici v  $G$ , která prochází všemi vrcholy  $G$ . Podobně lze definovat *Hamiltonovskou cestu*. Graf, který má všechny vrcholy stupně rovné  $k \in \mathbb{N}_0$ , se nazývá  *$k$ -regulární*.

**Příklad 1.** Jsou všechny  $(n - 2)$ -regulární grafy na  $n$  vrcholech isomorfní?

**Příklad 2.** Necht' máme  $m, n, k \in \mathbb{N}$ .

(a) Spočítejte počet kružnic délky  $k$  v grafu  $K_n$ .

(b) Spočítejte počet kružnic délky  $k$  v grafu  $K_{m,n}$ .

**Příklad 3.** Sestrojte nekonečně mnoho grafů, které jsou izomorfní svému dopňku.

**Příklad 4.** Pro která  $n$  lze úplný graf  $K_n$  rozložit na hranově disjunktní

(a) hamiltonovské kružnice?

(b) hamiltonovské cesty?

**Příklad 5.** Pro každou dvojici přirozených čísel  $n, k$ , která splňuje podmínky  $n \geq k + 1$  a  $2 \mid kn$ , sestrojte  $k$ -regulární graf na  $n$  vrcholech.

**Příklad 6.** Dokažte, že pro každé  $n \geq 1$  lze úplný graf  $K_n$  rozložit na hranově disjunktní cesty různé délky.

## 2 Spernerovo lemma

**Příklad 7.** Uvažme triangulaci  $n$ -úhelníku v rovině, jejíž vrcholy jsou libovolně očíslovány čísly  $\{1, 2, 3\}$ . Necht' na vrcholech vnější stěny nejsou použita všechna čísla. Ukažte, že potom je počet duhových trojúhelníků (trojúhelník s vrcholy označenými všemi třemi čísly) v triangulaci sudý.

---

\*Informace o cvičení naleznete na <http://kam.mff.cuni.cz/~balko/>