

Algoritmická teorie her — 4. domácí úkol¹

Aukce maximalizující zisk

zadáno 16.12.2021, deadline 6.1.2022

Příklad 1. Necht F je uniformní rozdělení pravděpodobnosti na $[0, 1]$. Uvažte 1-položkovou aukci se dvěma kupujícími 1 a 2, kteří mají rozdělení $F_1 = F$ a $F_2 = F$. Dokažte, že střední hodnota zisku obdrženého při Vickreyho aukci s rezervou $1/2$ se rovná $5/12$. [3]

Příklad 2. Spočítejte virtuální ohodnocení následujících rozdělení pravděpodobnosti a rozhodněte, která z nich jsou regulární.

(a) Rozdělení $F(z) = 1 - \frac{1}{(z+1)^c}$ na $[0, \infty)$, kde $c > 0$ je nějaká konstanta, [2]

(b) Uvažte rozdělení F z části (a) pro $c = 1$. Ukažte, že když kupující vybírají svá ohodnocení podle F , pak nemusí platit, že střední hodnota zisku se rovná střední hodnotě virtuálního sociálního přebytku. Abyste uvedli na pravou míru tento výsledek s větou z přednášky o maximalizaci střední hodnoty zisku, ukažte, jaký předpoklad této věty není splněn. [3]

Příklad 3. Uvažme 1-parametrové prostředí s množinou X přípustných řešení a s n kupujícími. Pro každého kupujícího i je jeho ohodnocení v_i vybráno podle regulárního rozdělení pravděpodobnosti F_i . Uvažme alokační pravidlo x , které na vstupu v maximalizuje virtuální sociální přbytek. Neboli

$$x(v) = \operatorname{argmax}_{(x_1, \dots, x_n) \in X} \sum_{i=1}^n \varphi_i(v_i) x_i.$$

Dokažte, že toto alokační pravidlo je monotónní. [2]

Poznámka: Předpokládejme, že remízy jsou rozhodnuty podle nějakého konzistentního deterministického pravidla, například lexikograficky.

¹Informace o cvičení naleznete na <http://kam.mff.cuni.cz/~balko/>