

# Domácí úkol č. 4

Termín odevzdání 16.11.2016 15:30

Jméno: \_\_\_\_\_

Každé svoje tvrzení odůvodněte. Konstatování bez odůvodnění nebude počítáno jako odpověď.

1. (4b) Dokažte vzorec matematickou indukcí podle  $n$  (při pevném  $r$ ):

$$\binom{r}{r} + \binom{r+1}{r} + \binom{r+2}{r} + \dots + \binom{n}{r} = \binom{n+1}{r+1}.$$

(Bonus +2b) Dokažte též vzorec kombinatoricky, tzn. bez použití vzorečků pro binomický koeficient.

2. (6b) Uvažte mřížku  $m \times n$ , kde  $m$  a  $n$  značí počet horizontálních a vertikálních čar.

V následujících úlohách nejprve odvoďte obecný vzorec a poté určete přesné číslo pro  $m = 11$  a  $n = 21$ , tedy pro mřížku s 200 čtverečky.

- a) Kolik existuje obdélníků jejichž strany leží na této mřížce? (Čtverec je speciální případ obdélníku, úsečka nikoliv.)
- b) Kolik existuje dvojic disjunktních obdélníků jejichž strany leží na této mřížce? (Uvažte, že jde o uzavřené obdélníky, tedy včetně hranic.)