

Bonusová série č. 2

Termín odevzdání 4.1.2016 15:30

Jméno: _____

Každé svoje tvrzení odůvodněte. Konstatování bez odůvodnění nebude počítáno jako odpověď.

1. (2b) Dokažte, že graf s alespoň dvěma vrcholy obsahuje dva vrcholy mající stejný stupeň.

2. (2b) n -krychle je krychle dimenze n . (Krychle dimenze 1 je úsečka, dimenze 2 je čtverec, dimenze 3 je krychle atd. Obecně konstrukce krychle dimenze $n+1$ z krychle dimenze n probíhá zkopírováním krychle dimenze n a propojením vrcholů z kopie s odpovídajícími vrcholy v originálu.) Pokud se n -krychle uvažuje jako graf, tzn. vrcholy krychle jsou vrcholy grafu a hrany krychle jsou hrany grafu, dokažte, že n -krychle má hamiltonovskou kružnici.

3. (3b) Dokažte, že následující dvě podmínky pro posloupnost (d_1, \dots, d_n) kladných přirozených čísel jsou navzájem ekvivalentní:

a) Existuje strom T se skórem (d_1, \dots, d_n) .

b) Platí $\sum_{i=1}^n d_i = 2n - 2$.

4. (2b) Dokažte, že graf na n vrcholech s c komponentami má aspoň $n - c$ hran.

5. (2b) Graf G , který je isomorfní svému doplňku, se nazývá samodoplňkový. Najděte všechny samodoplňkové kružnice a dokažte, že žádné jiné neexistují.