

Příklady z Kombinatorické a výpočetní geometrie

6. serie - Arrangementy

náповěda 20.12.2006, odevzdat do 3.1.2007

1. Spočtete počet stěn dimenzí 1 a 2 arrangementu n rovin v obecné poloze v \mathbf{R}^3 . [2]
2. Dokažte, že počet *neomezených* buněk v arrangementu n nadrovin v \mathbf{R}^d je $O(n^{d-1})$, pro d pevné. [2]
3. Kolik je d -dimenzionálních buněk v arrangementu $\binom{d}{2}$ nadrovin v \mathbf{R}^d , které odpovídají rovnicím $\{x_i = x_j\}$, kde $1 \leq i < j \leq d$? [3]
4. Nechtě \mathcal{C} je množina všech buněk (stěn maximální dimenze) arrangementu množiny n přímek v rovině. Dokažte, že $\sum_{C \in \mathcal{C}} f_0(C)^2 = O(n^2)$ ($f_0(C)$ je počet vrcholů buňky C). [3]
5. (Průnikové grafy) Nechtě S je množina n úseček v rovině. Průnikový graf S je graf na n vrcholech, které odpovídají úsečkám a dva vrcholy jsou spojené hranou právě tehdy, když jim odpovídající úsečky mají neprázdný průnik. Dokažte, že většina grafů není průnikovým grafem úseček. Všech grafů na n vrcholech je $2^{\binom{n}{2}} = 2^{n^2/2 + O(n)}$. Průnikových grafů úseček je jenom $2^{O(n \log n)}$ (pozor na kolineární úsečky!). Použijte větu o počtu znaménkových kombinací. [3]