

Úlohy ke cvičení

Úloha 1: Kolik čísel zbyde z $1, \dots, n$ po vyškrtání násobků 2, 3, 5 a 7?

Vyřešte nejprve obecně a pak určete přesný výsledek pro $n = 999$.

Úloha 2: Určete počet přirozených čísel mezi 1 a 840, která nejsou dělitelná 6, 10 ani 14.

Úloha 3: Řekneme, že číslo je *prvočíselně vypadající*, pokud je složené ale není dělitelné 2, 3 ani 5. Tři nejmenší prvočíselně vypadající čísla jsou 49, 77 a 91.

Víme, že prvočísel menších než 1000 je 168. Kolik je prvočíselně vypadajících čísel menších než 1000?

Úloha 4:

a) Prodavač suvenýrů má na prodej tři stejné figurky papeže Jana Pavla II, čtyři Jánošíky a pět Švejků. Kolika způsoby může figurky vyrovnat do výlohy do jedné řady tak, aby se nikdy nestalo, že by všechny figurky stejné postavy tvořily souvislý blok?

b) Kolika způsoby lze postavit do řady 5 Čechů, 4 Slováky a 3 Poláky tak, aby všichni příslušníci žádného národa netvořili souvislý blok?

Na rozdíl od předchozí varianty jsou nyní osoby navzájem rozeznatelné.

Úloha 5: Kolik existuje pořadí písmen A, B, D, E, I, K, M, N, R, Ů, Z takových, že po vynechání některých písmen nevznikne ani jedno ze slov

a) BAR, DEN, RAZIE

b) ARZEN, DRAK, DŮM, DŮRAZ

Úloha 6: Kolika způsoby lze umístit osm kamenů na šachovnici 4×4 tak, aby se na šachovnici vyskytovaly čtyři kameny ve stejném řádku nebo stejném sloupci?

Úloha 7: Petr Štědrý pořádá každý večer večeři pro své přátele. Na večeři jsou pozvaní vždy tři hosté. Kolika způsoby může Petr rozeslat pozvánky pro svých 7 přátel na celý týden tak, že každý z těchto sedmi přátel je alespoň jednou pozván?

Úloha 8: Na plese je n párů. Kolik je rozdělení do dvojic takových, že žádný pár netančí spolu?