

Příklad 1. Necht' $W \subseteq \mathbb{R}^n$ je afinní prostor. Dokažte, že existuje právě jeden lineární prostor $U \subseteq \mathbb{R}^n$ jehož posunutím o nějaký vektor $v \in \mathbb{R}^n$ lze získat $W = U + v$. Charakterizujte všechny vektory $v \in \mathbb{R}^n$, které posunou lineární prostor U na afinní prostor W .

Příklad 2. Dokažte následující tvrzení. Necht' $M \subseteq \mathbb{R}^n$. Pro každý vektor $u \in \mathbb{R}^n$ platí $\text{Aff}(M) + u = \text{Aff}(M + u)$ a $\text{conv}(M) + u = \text{conv}(M + u)$.

Příklad 3. Dokažte následující tvrzení. Vektory $v_1, \dots, v_k \in \mathbb{R}^n$ jsou lineárně nezávislé právě, když $0, v_1, \dots, v_k$ jsou afinně nezávislé, kde 0 je nulový vektor. Dále dokažte, že $\text{span}(v_1, \dots, v_k) = \text{Aff}(0, v_1, \dots, v_k)$.

Příklad 4. Necht' $v, u_1, \dots, u_k \in \mathbb{R}^n$. Vektory u_1, \dots, u_k jsou afinně nezávislé právě, když vektory $v + u_1, \dots, v + u_k$ jsou afinně nezávislé.

Příklad 5. Ukažte, že vektory v_1, \dots, v_n jsou afinně nezávislé právě, když $\forall a \in \text{Aff}(v_1, \dots, v_n)$ je afinní kombinace určena jednoznačně.

Příklad 6. Dokažte, že v \mathbb{R}^n je nejvýše $n + 1$ afinně nezávislých bodů.

Příklad 7 (Stěny simplexu). Mějme $n + 1$ bodů v_1, \dots, v_{n+1} v prostoru \mathbb{R}^n , které neleží ve společné nadrovině. Konvexní obal těchto bodů označme S_n . Představte si polyedr S_n pro malá n . Určete dimenzi polyedru S_n . Určete počet k rozměrných stěn polyedru S_n .

Příklad 8. Označme p_k^n počet k -dimenzionálních stěn n -dimenzionální krychle. Určete pro všechna n vzoreček pro $\sum_{k=0}^n p_k^n$.