Příklad 1 (Prostor posloupností). Ukažte, že množina posloupností $(a_i)_{i=1}^n$ s komplexními koeficienty je vektorový prostor nad $\mathbb{C}$.

Příklad 2. Ukažte, že množina $V = \left\{a = (a_1, a_2) \;\middle|\; a_1, a_2 \in \mathbb{R}_0^+\right\}$ s operacemi $(a_1, a_2) + (b_1, b_2) = (a_1 b_1, a_2 b_2)$ a $x(a_1, a_2) = (a_1^x, a_2^x)$ tvoří vektorový prostor nad $\mathbb{R}$.

Příklad 3 (Cože - zase matice?). Ukažte, že všechny matice typu 2×2 tvoří vektorový prostor nad $\mathbb{R}$.

Příklad 4. V systému podmnožin množiny $A = \{a, b, c, d, e\}$ braném jako vektorový prostor nad $\mathbb{Z}_2$ určete

a) nulový vektor $\mathbf{0}$,

b) opačný vektor $-\mathbf{u}$ k vektoru $\mathbf{u} = \{b, d, e\}$,

c) výsledek lineární kombinace $\mathbf{s} = 1 \cdot \mathbf{v} + 1 \cdot \mathbf{u} + 0 \cdot \mathbf{x} + 1 \cdot \mathbf{y}$,
kde $\mathbf{v} = \{a, c, d\}$, $\mathbf{u} = \{b, c\}$, $\mathbf{x} = \{a, b, d, e\}$ a $\mathbf{y} = \{b, e\}$,

d) zdali lze zapsat vektor $\mathbf{z} = \{a, b, e\}$ jako lineární kombinaci vektorů $\mathbf{v}, \mathbf{u}, \mathbf{x}$ a $\mathbf{y}$.

Příklad 5. Pokud prvky $GF[2^3] = \{0, 1, a, b, c, d, e, f\}$ nalezněte řešení pro následující soustavy a řešení zapište je ve tvaru $x = u + pv + \ldots$, kde $p \in GF[2^3]$ a u, v atd jsou pevné vektory z $GF[2^3]^4$.

$$\begin{pmatrix} a & 1 & 1 & 0 \\ c & a & 0 & 0 \\ d & d & a & a \\ a & a & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ b \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & 1 & 1 & e \\ c & a & c & c \\ d & d & a & a \\ a & a & d & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ b \\ 1 \end{pmatrix}$$

Příklad 6. Rozhodněte, zdali je struktura $(\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}, \oplus, \odot)$ vektorový prostor nad tělesem $\mathbb{Z}_3$, kde $\mathbf{u} \oplus \mathbf{v} = \mathbf{u} + \mathbf{v} \mod 6$ a $a \odot \mathbf{u} = a \cdot \mathbf{u} \mod 6$.

Příklad 7. Ukažte, že pro libovolnou matici $\mathbf{A}$ řádu $m \times n$ nad tělesem $\mathbb{F}$ platí, že její jádro $Ker(\mathbf{A})$ je podprostorem $\mathbb{F}^n$. Kde $Ker(\mathbf{A}) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{F}^n \mid \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{0}\}$.

Příklad 8. V prostoru $\mathbb{R}^4$ zapište vektor $(-7, 12, 2, -4)^T$ jako lineární kombinaci vektorů $(-5, 5, 1, -1)^T$, $(2, -5, 0, 2)^T$, $(3, 2, 0, -2)^T$ a $(2, -3, 1, 1)^T$. Je toto vyjádření jednoznačné?

Příklad 9 (Polynomy jsou prostor?). Rozhodněte, zda polynomy stupně nejvýše n tvoří vektorový prostor nad $\mathbb{R}, \mathbb{C}$.