

Příklad 1. Ukažte, že v každé grupě platí $(a^{-1})^{-1} = a$.

Příklad 2. Ukažte, že v každé grupě platí $(a \circ b)^{-1} = b^{-1} \circ a^{-1}$.

Příklad 3. Tvoří následující objekty grupu se sčítáním, unárním minus a nulovou maticí?

- a) Matice
- b) Čtvercové matice
- c) Regulární matice
- d) Diagonální matice
- e) matice tvaru

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & 0 \end{pmatrix} \quad a, b, c \in \mathbb{Q}$$

Příklad 4. Tvoří následující objekty grupu spolu s násobením, inverzí a jednotkovou maticí?

- a) Matice
- b) Čtvercové matice
- c) Regulární matice
- d) Diagonální matice
- e) matice tvaru

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & 0 \end{pmatrix} \quad a, b, c \in \mathbb{Q}$$

Příklad 5. Rozhodněte, zda některá z následujících tabulek definuje grupu.

(G, \cdot)	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	c	d
c	c	d	b	a
d	d	c	a	b

(G, \cdot)	a	b	c	d	e
a	a	b	c	d	e
b	b	a	d	e	c
c	c	e	b	a	d
d	d	c	e	b	a
e	e	d	a	c	b

Příklad 6 (Direktní součin grup je grupa). Mějme grupy $(G, \cdot, ^{-1}, 1)$ a $(H, \cdot, ^{-1}, 1)$. Dokažte, že direktní součin grup $G \times H$ a operace jsou definované "po složkách", tedy $(g, h) \in G \times H$ a $(g, h) \cdot (g', h') = (g \cdot g', h \cdot h')$.

Příklad 7 (Opakování inverze). Nalezněte inverzní matici k matici

$$\begin{pmatrix} n & m & \cdots & m \\ m & n & \cdots & m \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ m & \cdots & m & n \end{pmatrix}$$