Příklad 1. Nalezněte všechna řešení soustavy

$$\begin{aligned} 2x + (2+2i)y + 2iz &= 1, \\ (1-i)x + (1+3i)y + (i-1)z &= 0, \\ (1+i)x + (1-i)y + (1+i)z &= 1. \end{aligned}$$

Příklad 2. Mějme následující systém rovnic:

$$\begin{aligned} ax + 2y &= 0, \\ 2x + ay &= 0. \end{aligned}$$

Tento systém má jistě řešení $x = y = 0$. Pro které hodnoty parametru a bude řešením celá jedna přímka?

Příklad 3. V prostoru $\mathbb{R}^3$ mějme rovinu ρ a přímky $p,\ q$ takové, že $|p \cap q| \leq 1$. Dokažte nebo vyvraťte následující tvrzení $p \cap \rho \neq \emptyset$ nebo $q \cap \rho \neq \emptyset$.

Příklad 4. Stanovte podmínky na parametry $y_0,\ y_1,\ y_2$ tak, aby body $(0, y_0),\ (1, y_1)$ a $(2, y_2)$ ležely na přímce?

Příklad 5. Systém rovnic je singulární, pokud existuje kombinace rovnic taková, že levé strany se sečtou na 0 a pravé na 1.

$$\begin{aligned} u + v + w &= 2, \\ u + 2v + 3w &= 1, \\ v + 2w &= 0. \end{aligned}$$

a) Nalezně kombinaci dokazující, že systém rovnic je singulární.

b) Jak by se měla změnit 0 v poslední rovnici, aby měl systém řešení?

c) Po provedené změně z bodu b) spočtěte odpovídající řešení.

Příklad 6. Nalezňete řešení x soustavy Ax = b.

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Příklad 7. Pomocí Gaussovy (Gaussovy-Jordanovy) eliminace spočťete soustavy rovnic:

$$\begin{aligned} x_2 \qquad + x_4 &= 1 \\ 3x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 &= -2 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 &= 2 \\ x_1 \qquad - x_3 \qquad &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 &= 3 \\ -2x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 &= 5 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 &= -1 \\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 5x_4 &= 4 \end{aligned}$$