

**Jméno a příjmení:**

**Zkouška z Matematické analýzy III, 7. února 2018 (90 minut)**

1. (6 bodů) Popište hraniční body množiny  $X$  v euklidovské rovině  $\mathbb{R}^2$ ,

$$X = \{(1 - 1/x) \sin x, (1 - 1/x) \cos x \mid x \in [1, +\infty)\}.$$

Odpověď zdůvodněte.

2. (6 bodů)

- (a) Vysvětlete typy konvergence posloupností a řad funkcí.  
(b) Ano nebo ne: když posloupnost reálných funkcí konverguje na množině  $M = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$  bodově, potom konverguje na  $M$  stejnoměrně.  
(c) Ano nebo ne: posloupnost funkcí

$$f_n(x) = (x + n)^{1/n}$$

konverguje na množině  $\mathbf{N} = \{1, 2, \dots\}$  stejnoměrně.

Odpovědi zdůvodněte.

3. (6 bodů)

- (a) Uveďte Dirichletovu větu o bodové konvergenci Fourierovy řady funkce.  
(b) Ano nebo ne: na funkci  $f : [-\pi, \pi) \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = |x|^{1/2} = \sqrt{|x|}$  lze použít zmíněnou Dirichletovu větu.

Odpověď zdůvodněte.

4. (6 bodů) Zformulujte a dokažte Diniho větu (o monotónní bodové konvergenci posloupnosti funkcí).