První sada domácích úkolů

za každý správně vyřešený podpříklad získáte jeden bod

Příklad 1. Přepište slovní tvrzení do formulí s kvantifikátory. Pokud není uvedena doména, použijte množinu $\mathbb{N}$ všech přirozených čísel.

1. Pokud množina M obsahuje všechny dělitele čísla 15, pak M obsahuje i všechny dělitele čísla 27.
2. Pro každé číslo z množiny Y platí, že pokud je sudé, potom jeho trojnásobek je také sudý.
3. Pokud každé sudé číslo patří do množiny M, pak žádné sudé číslo nepatří do množiny N.
4. Žádné číslo z množiny X není násobkem všech čísel z množiny M.

Příklad 2. Napište negace následujících tvrzení.

1. Číslo n má aspoň jednoho dělitele, který není dělitelem žádného čísla menšího než n.
2. Pokud je v každém kroužku aspoň jeden student, který chodí na přednášku z analýzy, pak v žádném kroužku není víc než pět studentů navštěvujících přednášku z algebry.
3. Každá množina pěti čísel obsahuje aspoň tři lichá čísla nebo aspoň tři sudá čísla.
4. Každý student, který získal alespoň dvacet bodů v zápočtovém testu, má nárok na udělení zápočtu.

Příklad 3. Která z následujících tvrzení jsou pravdivá? Své odpovědi zdůvodněte.

1. $\exists x \in \mathbb{N}\ \forall y \in \mathbb{N}\colon y = x + 1$
2. $(\exists x \in \mathbb{N}\ \forall y \in \mathbb{N}\colon y = x + 1) \Rightarrow (\forall x \in \mathbb{N}\colon x < 0)$
3. $\exists x \in \mathbb{N}\ \big((\forall y \in \mathbb{N}\colon y = x + 1) \Rightarrow x^2 < 1\big)$
4. $\exists x \in \mathbb{N}\ \big(\forall y \in \mathbb{N}\ (y = x + 1 \Rightarrow x^2 < 1)\big)$
5. $\forall x \in \mathbb{N}\ \forall y \in \mathbb{N}\ \exists z \in \mathbb{Z}\colon x + y + z = 56$

Příklad 4. K násedujícím implikacím zformulujte obměnu.

1. Pokud existuje liché prvočíslo, pak pro žádné $x \in \mathbb{N}$ neexistuje $y \in \mathbb{N}$ takové, že $y > x$.
2. Pokud x je dělitelné 6 a y je dělitelné 7, pak $x \cdot y$ je sudé.
3. $(\forall x \in \mathbb{N}\ \exists y \in \mathbb{N}\colon y = x + 1) \Rightarrow (\exists y \in \mathbb{N}\ \forall x \in \mathbb{N}\colon y = x + 1)$.
4. Pokud jsou všechny ovce bílé, jsou všechny kočky černé.