Bodované domácí úkoly — 1. série

Číslo ve čtverečku u každého příkladu označuje maximální počet bodů, které za ten příklad můžete získat. Vyřešné příklady dodejte nejpozději do začátku cvičení v pátek 2. března 2007.

$\boxed{5}$ 1. Nechť G je rovinný graf s alespoň třemi vrcholy, který lze nakreslit tak, že každá stěna v nakreslení je trojúhelník. Dokažte, že G je maximální rovinný, tj. když ke grafu G přidáme libovolnou hranu, výsledný graf už nebude mít žádné nakreslení. Nápověda: kolik nejvíc hran může mít rovinný graf na n vrcholech? Kolik hran (a kolik stěn) má rovinné nakreslení na n vrcholech, jehož každá stěna je trojúhelník?

$\boxed{7}$ 2. Pro které uspořádané dvojice těles F, H vybraných z množiny $\{\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathrm{GF}(2), \mathrm{GF}(3), \mathrm{GF}(5)\}$ existuje čtvercová matice M s hodnotami $0, 1$ taková, že $\det_F(M) = 0$ a $\det_H(M) \neq 0$? Nápověda: zkuste například spočítat determinant matice, která má na diagonále nuly a jinde jedničky.