

Příklady řešené na cvičení 27. 4. 2007

- Necht G je bipartitní graf s partitami X a Y a neprázdnou množinu hran. Předpokládejme, že pro každou dvojici vrcholů $x \in X, y \in Y$ platí $\deg_G(x) \geq \deg_G(y)$. Potom G má párování velikosti $|X|$. Speciálně každý regulární bipartitní graf má perfektní párování. (*Párování* v grafu G je podmnožina P množiny hran taková, že každý vrchol G sousedí s nejvýše jednou hranou z P . Párování P je *perfektní*, pokud každý vrchol sousedí s právě jednou hranou z P .)
- Dokažte, že v libovolném grafu G platí, že velikost největšího párování je menší nebo rovna velikosti nejmenšího vrcholového pokrytí. (*Vrcholové pokrytí* v grafu G je podmnožina X množiny vrcholů taková, že každá hrana G sousedí s alespoň jedním vrcholem z X .)
- Najděte graf, v němž nejmenší pokrytí je ostře větší než nejmenší párování.
- Dokažte, že v bipartitním grafu je velikost největšího párování rovna velikosti nejmenšího pokrytí.
- Jakou ekvivalentní podmínku musí splňovat množinový systém, aby platilo, že z každé množiny lze vybrat jednoho reprezentanta, přičemž každý prvek je reprezentanem nejvýše dvou různých množin?