

Druhá série domácích úkolů z Kombinatoriky a grafů II
(verze pro páteční cvičení)

Vyřešené příklady odevzdávejte buď mailem na adresu jelinek@iuuk.mff.cuni.cz nebo na papíře na některém cvičení. Řešení odevzdejte nejpozději na cvičení v pátek 22. listopadu.

Vrcholovou barevnost grafu G značím $\chi(G)$.

Příklad 1. Dokažte, že úplný graf K_7 lze nakreslit na torus. [2 body]

Příklad 2. Dokažte, že pro každou plochu Γ existuje hodnota n taková, že úplný bipartitní graf $K_{3,n}$ nejde nakreslit na Γ . [4 body]

(Nevíte-li si s důkazem rady, dokažte aspoň obdobné tvrzení pro $K_{4,n}$ místo $K_{3,n}$. Za to dostanete 2 body.)

Příklad 3. Ukažte, že každý d -degenerovaný graf má průměrný stupeň nejvýše $2d$. [3 body]

Příklad 4. Nechť $G = (V, E)$ je graf na n vrcholech, a nechť \bar{G} je doplněk grafu G , tj. $\bar{G} = (V, \binom{V}{2} \setminus E)$. Dokažte, že $\chi(G) + \chi(\bar{G}) \leq n + 1$. [4 body]