

Šestá série domácích úkolů

- Řešení dodejte nejpozději v pondělí 20. května.
- Přejete-li si mít své bodové zisky zveřejněny na webu cvičení, dejte mi vědět. Můžete si případně zvolit přezdívku.
- Tvrzení dokázaná na přednášce nebo na cvičení, jakož i tvrzení známá z přednášek z minulého semestru, smíte ve svých řešeních využívat, aniž byste je dokazovali. Všechny ostatní argumenty musíte korektně zdůvodnit.

-
- 3 1. Skupina s studentů psala zápočtový test, který obsahoval p příkladů. Každý student vyřešil aspoň $p/2$ příkladů a navíc většina studentů vyřešila všechny příklady. Ukažte, že existuje příklad, který vyřešilo aspoň $3s/4$ studentů.
- 3 2. Nechť G je souvislý rovinný graf, v jehož rovinném nakreslení jsou dvě stěny ohraničené kružnicí délky 3, dvě stěny ohraničené kružnicí délky 4, čtyři stěny ohraničené kružnicí délky 5 a jedna stěna ohraničená kružnicí délky 6. Jiné stěny v nakreslení G nejsou. Ukažte, že G má aspoň jeden vrchol stupně většího než 3. (Nápověda: můžete využít Eulerův vzorec pro rovinné grafy.)
- 4 3. Označme $R(k, \ell)$ nejmenší přirozené číslo N takové, že každý graf s N vrcholy obsahuje nezávislou množinu velikosti k nebo kliku velikosti ℓ . Najděte co nejlepší horní a dolní odhad pro hodnotu $R(4, 3)$. Pokud určíte hodnotu $R(4, 3)$ přesně, získáte 4 body, za slabší odhady získáte méně bodů.