

Kolik existuje ekvivalencí na množině $\{1, 2\}$? $\{1, 2, 3\}$? $\{1, 2, 3, 4\}$?

Které z následujících relací jsou ekvivalence? A pokud jsou to ekvivalence, jak vypadají jejich třídy?

- R_1 je relace na \mathbb{R} , kde $(x, y) \in R_1$, právě když $|x - y| \leq 1$.
- R_2 je relace na \mathbb{Z} , kde $(m, n) \in R_2$, právě když $m - n$ je násobek 6.
- R_3 je relace na $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, kde $(x, y) \in R_3$, právě když $\frac{x}{y}$ je racionální číslo.
- R_4 je relace na \mathbb{N} , kde $(a, b) \in R_4$, právě když $2a + b$ je násobek 3.

Kolik existuje funkcí f z množiny $\{1, 2, \dots, m\}$ do množiny $\{1, 2, \dots, n\}$, které jsou ostře rostoucí, tj. $f(1) < f(2) < \dots < f(m)$? A kolik takových funkcí je slabě rostoucích, tj. $f(1) \leq f(2) \leq f(3) \leq \dots \leq f(m)$?