

Sedmá série domácích úkolů z Lineární algebry II
(verze pro cvičení v pondělí od 14:00)

Vyřešené příklady posílejte mailem na adresu jelinek@iuuk.mff.cuni.cz. Řešení pošlete nejpozději v neděli 9. dubna. Své výsledky nezapomeňte zdůvodnit. Smíte bez důkazu využívat kterékoliv tvrzení dokázané na přednášce nebo na cvičení, ale nezapomeňte říci, které tvrzení využíváte.

Při vymýšlení správného postupu smíte navzájem spolupracovat, ale své finální řešení musíte sepsat samostatně.

Příklad 1. Rozhodněte, zda jsou následující tvrzení pravdivá. Pravdivá tvrzení dokažte, pro nepravdivá najděte protipříklad. [1 bod za každé tvrzení]

- a) Každá matice $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ je podobná své transpozici A^T .
- b) Matice A je podobná matici B právě tehdy, když A^2 je podobná B^2 .

Příklad 2. Matici $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ vyjádřete jako součin ve tvaru $A = S^{-1}DS$, kde D je vhodná diagonální matice. Pomocí tohoto vyjádření spočítejte složky matice A^{100} . [2 body]

Příklad 3. Nechť v_1, v_2, \dots, v_n je ortonormální báze prostoru \mathbb{R}^n a nechť A je matice, která má každý z vektorů v_1, \dots, v_n jako vlastní vektor. Dokažte, že matice A je symetrická. [2 body]