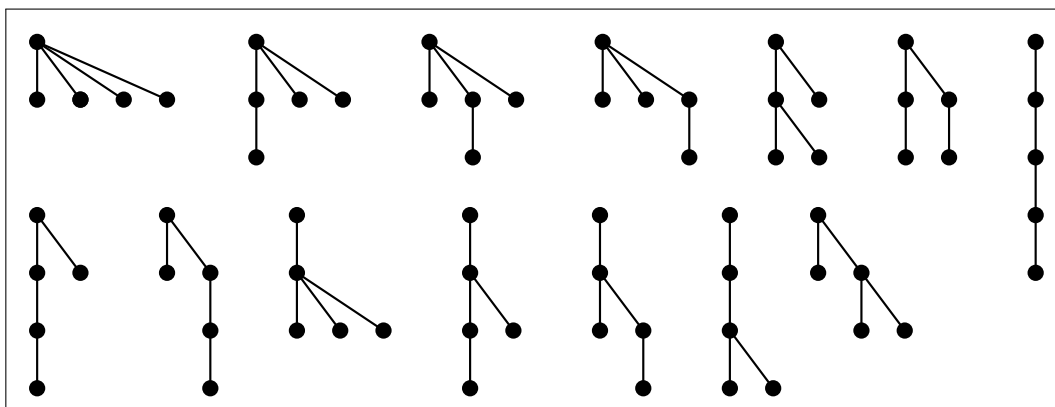


Třetí série domácích úkolů
verze pro cvičení v úterý od 14:00

- Lhůta pro dodání řešení je úterý 17. března v 6 hodin ráno.
- Svá řešení mi pošlete mailem na adresu jelinek@iuuk.mff.cuni.cz nebo mi je po předchozí domluvě přineste osobně.
- Řešení by mělo obsahovat nejen konečný výsledek, ale i postup, jak jste k výsledku dospěli.
- Přejete-li si mít své bodové zisky zveřejněny na webu cvičení, dejte mi vědět. Můžete si případně zvolit prezdívkou.
- Číslo v rámečku u zadání označuje bodové ohodnocení příkladu.

- 3 1. Necht' s_n je počet zakořeněných stromů s n hranami. Dva zakořeněné stromy pokládáme za různé, i když se liší jen změnou pořadí potomků nějakého vrcholu. Dokažte, že s_n je n -té Catalanovo číslo, tj. $s_n = \frac{1}{n+1} \binom{2n}{n}$. Následující obrázek ukazuje 14 zakořeněných stromů se čtyřmi hranami, což ilustruje, že $s_4 = 14$.



- 2 2. Najděte množinový systém (B, P) , který není projektivní rovina, a přitom splňuje následující trojici axiomů:
- A1) Pro každé dva různé prvky b, b' z množiny B existuje právě jedna množina $p \in P$ taková, že $\{b, b'\} \subseteq p$.
 - A2) Každé dvě různé množiny $p, p' \in P$ mají jednoprvkový průnik.
 - A3) Existuje čtyřprvková množina $\check{C} \subseteq B$ taková, že pro každé $p \in P$ platí $|p \cap \check{C}| \leq 3$.
- 2 3. Necht' (B, P) je množinový systém, který splňuje axiomy A1 a A2 z předchozího příkladu. Předpokládejme, že v P existují dvě různé množiny $p, q \in P$, z nichž každá obsahuje aspoň 3 prvky. Dokažte, že (B, P) je projektivní rovina.