

Domácí úkol z Kombinatoriky a grafů I

desátá série, verze pro cvičení ve středu 14:00

Termín odevzdání: nejpozději ve středu 30. 4. ve 14:00.

Čísla ve čtverečku jsou počty bodů.

- 2 1. Rozhodněte, zda je následující tvrzení pravdivé: “Pokud G je vrcholově 2-souvislý graf, x, y nějaké jeho dva různé vrcholy a P nějaká cesta v G s koncovými vrcholy x a y , tak v G vždy existuje další cesta Q s koncovými vrcholy x a y , která je vnitřně vrcholově disjunktní s P .”
- 1+2 2. Nechť $G = (V, E)$ je graf s alespoň třemi vrcholy. Dokažte, že G je vrcholově 2-souvislý, právě když pro každou uspořádanou trojici (x, y, z) tří různých vrcholů v G lze v grafu G najít cestu z x do y obsahující vrchol z (za jednu implikaci 1 bod, za obě 3 body).
- 2 3. Nechť $G = (V, E)$ je vrcholově 2-souvislý graf, jehož každý vrchol má stupeň aspoň 3. Dokažte, že existuje hrana $e \in E$ taková, že graf $G - e = (V, E \setminus \{e\})$ je také vrcholově 2-souvislý.
- 2 4. Nechť $G = (V, E)$ je libovolný graf. Definujme na jeho množině vrcholů relaci R následovně: pro $(x, y) \in V \times V$ platí $(x, y) \in R$ právě když buď $x = y$, nebo G obsahuje dvě hranově disjunktní cesty z x do y . Dokažte, že R je ekvivalence. (*Poznámka: třídy této ekvivalence se občas označují jako ‘komponenty hranové 2-souvislosti’ grafu G .*)