

DISKRÉTNÍ MATEMATIKA (NDMI002)

Cvičení 10. 01.

Definice 1 (Vnoření uspořádání). Necht' (X, \leq) a (Y, \preceq) jsou uspořádané množiny. Zobrazení $f: X \rightarrow Y$ nazýváme vnoření (X, \leq) do (Y, \preceq) , jestliže platí:

- (i) f je prosté
- (ii) $f(x) \preceq f(y)$ pro každé $x \leq y$
- (iii) jestliže $f(x) \preceq f(y)$, potom i $x \leq y$

Příklad 1. Dokažte, že pro každou uspořádanou množinu (X, \preceq) existuje vnoření do uspořádané množiny $(2^X, \subseteq)$.

Příklad 2. Dokažte, že má-li každá podmnožina ČUM supremum, tak má každá podmnožina také infimum.

Příklad 3. Dokažte, že ke každému přirozenému číslu n existují přirozená čísla $r, s, r \neq s$ takové, že číslo $7^r - 7^s$ je dělitelné číslem n .

Příklad 4. Najděte algoritmus, který o grafu G rozhodne, zda je souvislý, a vypíše jeho komponenty souvislosti.

Příklad 5. Vendelín stojí 200 kroků od své chaty a chce se k ní dostat. Při každém kroku se však odchýlí 0.5 metru nalevo nebo 0.5 metru napravo, vše s pravděpodobností $1/2$. Jaká je pravděpodobnost, že Vendelín dům mine, když je chata široká 5 metrů?

Příklad 7. Vendelínovi se k chatě podařilo dostat. Má na svazku 10 klíčů, klíč volí náhodně, avšak po každém neúspěšném pokusu odemknout dveře mu klíče upadnou a on volí klíč náhodně znova. Jaká je pravděpodobnost, že Vendelín odemkne dveře za nejvíc 5 pokusů?