

**DISKRÉTNÍ MATEMATIKA (NDMI002)**  
**Cvičení 25.10.2013**

**Příklad 1.** Nechť  $|M| = m$  a  $|N| = n$ . Kolik je prostých funkcí z  $M$  do  $N$ ?

**Příklad 2.** Nechť  $|X| = n$ . Kolik má  $X$  podmnožin liché velikosti?

**Definice 1** (Permutace). Permutací nazýváme prosté zobrazení konečné množiny  $X$  do sebe.

**Definice 2** (Faktoriál). Pro  $n = 0$  je  $0! = 1$ . Pro  $n \geq 1$  definujeme

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n = \prod_{i=1}^n i$$

**Příklad 3.** Nechť  $|X| = n$ . Napište vzorec pro výpočet počtu všech  $k$ -prvkových podmnožin a dokažte, že je správný.

**Definice 3** (Binomický koeficient).

$$\binom{n}{k} = \frac{\prod_{i=0}^{k-1} (n-i)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

**Příklad 4.** Dokažte:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

**Příklad 5.** Dokažte:

$$\binom{n}{m} \binom{m}{r} = \binom{n}{r} \binom{n-r}{m-r}$$

**Příklad 6.** Najděte vzorec pro roznásobení tohoto výrazu:

$$(1+x)^n$$

**Příklad 7.** Dokažte následující vztahy

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$$

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0$$

**Příklad 8.** Dokažte:

$$\sum_{i=0}^n \binom{n}{i}^2 = \binom{2n}{n}$$

**Příklad 9.** Sečtěte:

$$\sum_{k=0}^n k \binom{n}{k}$$
$$\sum_{k=0}^n k^2 \binom{n}{k}$$