

DISKRÉTNÍ MATEMATIKA (NDMI002)

Cvičení 11.10.2013

Příklad 1. Nalezněte potenční množinu množiny $Y = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$.

Příklad 2. Ukažte, že každá dvě uzávkování výrazu $\bigcap_{i=1}^n X_i$ dávají stejný výsledek.

Příklad 3. Je pravda, že pro každé dvě množiny X a Y platí $2^X = 2^Y$, právě když $X = Y$?

Příklad 4. Mějme množiny X velikosti n a Y velikosti m . Kolik existuje různých funkcí z X do Y ?

Příklad 5. Jaká je velikost potenční množiny M v závislosti na velikosti M samotné?

Příklad 6. Najděte funkci $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, která

(a) je prostá a není na

(b) je na a není prostá

Příklad 7. Funkce $f(g(x))$ je prostá. Musí být funkce f a/nebo g také prosté?

Příklad 8. Nechť R je relace ekvivalence na množině X a $R[x]$ je množina všech prvků množiny X , které jsou s x v relaci. Dokažte:

(a) $x \in R[x]$

(b) $(x, y) \in R \Rightarrow R[x] = R[y]$

(c) $(x, y) \notin R \Rightarrow R[x] \cap R[y] = \emptyset$

Příklad 9. Nechť relace R a R' mají stejné třídy ekvivalence. Dokažte, že $R = R'$.

Příklad 10. Rozhodněte, zda následující relace jsou ekvivalence:

(a) $X = \mathbb{N}, p \in \mathbb{N}, (x, y) \in R \iff p \text{ dělí } (x - y)$

(b) $X = \mathbb{Z} \setminus \{0\}, (x, y) \in R \iff x \text{ dělí } y \text{ a zároveň } y \text{ dělí } x$

(c) $X = \mathbb{N}, (x, y) \in R \iff \exists z \in \mathbb{N}, \text{ že } z \text{ dělí } x \text{ i } y$

(d) $X = \mathbb{Z} \times (\mathbb{Z} \setminus \{0\}), ((a, b), (c, d)) \in R \iff \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Příklad 11. Popište relaci $R \circ R$, označuje-li R

(a) relaci rovnosti „=” na množině \mathbb{N}

(b) relaci „ \leq ” na \mathbb{N}

(c) relaci „ $<$ ” na \mathbb{N}

(d) relaci „ $<$ ” na \mathbb{R}

Příklad 12. Nechť R a S jsou tranzitivní relace na množině X . Budou následující relace také tranzitivní?

- $R \cup S$
- $R \cap S$
- $R \setminus S$
- $R \Delta S$ (operace XOR)
- $R \circ S$
- $R^{-1} \circ S^{-1}$
- R^{-1}

Příklad 13. Kolik je různých reflexivních relací na množině n prvků?