

DISKRÉTNÍ MATEMATIKA (NDMI002)

Domácí úkol 1

Všechny příklady jsou za 2 body.

Příklad 1. V rybníčku kruhového tvaru plave kačenka. Ráda by odletěla pryč. Protože má poraženou plovací blánu, nemůže z hladiny jezera vzlétnout—musí nejprve doplat na břeh. Tam na ni ale číhá kočka, která se bojí vody, ale po okraji rybníka se pohybuje čtyřikrát větší rychlostí než kačenka plave. Existuje způsob, jak může kačenka kočce upláchnout, ať se kočka pohybuje jakkoliv chytře? Například pokud by se rozhodla hned plavat na druhý konec jezírka než stojí kočka, utéct by nedokázala.

Příklad 2. Tabulku čokolády $m \times n$ dílků chceme rozlámat na jednotlivé dílky. Kolik nejméně rozlomení je na to potřeba? A kolik nejvíce?

Příklad 3. Dokažte indukcí, že každou sumu větší než 7 dokážeme zaplatit mincemi hodnoty 3 a 5.

Příklad 4. Dokažte indukcí, že pro každé $n \in \mathbb{N}$ je $(n^5 - n)$ dělitelné 5.