

DISKRÉTNÍ MATEMATIKA (NDMI002)

Cvičení 04.10.2013

Příklad 1. Stojíte na rozcestí, jedna cesta vede k pokladu, druhá k šibenici. Mimo to se tam vyskytují dva pocestní. Jeden vždy mluví pravdu, druhý vždy lže. Můžete si vybrat jednoho z nich a položit mu jednu otázku na ano/ne. Jak to udělat, abyste zjistili, která cesta je která?

Příklad 2. Topinka se opéká 2 minuty po každé straně. Kolejní topinkovač umí opékat 2 topinky současně. Ve skříňce jste našli poslední 3 krajíce topinky a chcete si z nich udělat topinky. Jak to udělat co nejrychleji?

Příklad 3. n dětí si společně hraje, po určité době se k dětí zablátí na čele. Vráti se domů a otec jim řekne: „Nejméně jeden z vás má bláto na čele“.

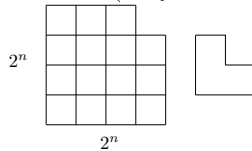
Dále se postupuje v krocích. Otec se opakovaně ptá: „Víte někdo z vás zda má bláto na čele?“ Dokažte, že po k krocích všechny zablácené děti odpoví ANO.

Příklad 4. Dokažte, že pro každé $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\sum_{i=1}^n i^3 = \left(\sum_{i=1}^n i \right)^2$$

Příklad 5. Nakresleme n přímek v rovině tak, že žádné 2 nejsou rovnoběžné a žádné 3 se neprotínají v jednom bodě. Dokažte, že rovina je tím rozdělena na přesně $n(n+1)/2 + 1$ částí.

Příklad 6. Máme šachovnici $2^n \times 2^n$ ve které chybí jedno políčko, jako na obrázku. Dokažte, že ji můžeme vydláždit mnohoúhelníky ve tvaru L (taky viz obrázek).



Příklad 7. Dokažte indukci, že každou sumu větší než 4 umíme zaplatit mincemi hodnoty 2 a 5.