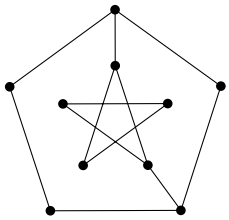
Písemka z Kombinatoriky a grafů 12.5.2009

Vše, co tvrdíte, zdůvodněte. Můžete bez důkazu používat tvrzení z přednášky a ze cvičení, vždy ale napište znění takového tvrzení. Nepoužívejte zápisky, učebnice ani kalkulačky. V případě nejasnosti v zadání se neváhejte zeptat.

1. Spočtěte počet koster grafu na obrázku. [9 bodů]



2. Rodina má dvě děti, z nichž alespoň jedno je kluk. Jaká je pravděpodobnost, že obě děti jsou kluci? Předpokládejte, že pravděpodobnost holky a kluka je stejná. [4 body]

3. Dokažte, že pokud je graf G hranově 2-souvislý a zároveň mají všechny jeho vrcholy stupně nejvýše 3, pak je vrcholově 2-souvislý. [6 bodů]

4. Jmenujte nějaký kombinatorický objekt, jehož počet je určen Catalanovými čísly, a napište hodnotu Catalanova čísla c_7. [6 bodů]

5. Pro každou z vyjmenovaných funkcí napište vzorec pro n-tý člen posloupnosti, jejíž je vytvořující funkcí.

$$f_1 = \frac{x^2 - 5x - 14}{x^2 + x - 2} \qquad f_2 = \frac{1}{(1-3x)^2} \qquad f_3 = \frac{7x}{32 - x^5}$$

[9 bodů]

6. Zkonstruujte projektivní rovinu řádu 3 a dvojici navzájem ortogonálních latinských čtverců velikosti 3×3. [6 bodů]